**Санкт-Петербургский государственный университет**

**Р А Б О Ч А Я П Р О Г Р А М М А**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Введение в нелинейный функциональный анализ

Beginning Nonlinear Functional Analysis

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 2

Регистрационный номер рабочей программы: 051449

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

**1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Планируется познакомить обучающихся с традиционным набором приёмов, используемых при исследовании нелинейных краевых задач математической физики.

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Владение курсом «Математический анализ», «Функциональный анализ», «Уравнения математической физики. Часть I».

**1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

Обучающийся должен овладеть теоретическим материалом в объеме, предусмотренном программой, уметь применять полученные знания при решении теоретических и прикладных задач, на основе анализа освоенных разделов: вариационный метод, Теория Люстерника-Шнирельмана, Метод монотонных операторов, Метод компактных операторов, Теория бифуркации

**1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

Самостоятельная работа с использованием методических материалов: индивидуальная работа с рекомендованной основной и дополнительной литературой.   
Консультации, экзамен.

**Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

**2.1. Организация учебных занятий**

**2.1.1 Основной курс**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины,  практики и т.п. | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | Объём активных и интерактивных  форм учебных занятий | Трудоёмкость |
| лекции | семинары | консультации | практические  занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная  аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии  преподавателя | сам. раб. с использованием  методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | итоговая аттестация  (сам.раб.) |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр 6 | 30 |  | 2 |  |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 30 |  | 8 |  | 2 | 2 |
|  | 2-100 |  | 2-100 |  |  |  |  |  | 2-100 |  |  |  | 1-1 |  | 1-1 |  |  |  |
| ИТОГО | 30 |  | 2 |  |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 30 |  | 8 |  |  | 2 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | Виды итоговой аттестации  (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| Формы | Сроки | Виды | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | |
| Семестр 6 |  |  | экзамен, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации |  |  |

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

Период обучения (модуль): **Семестр 6**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№ п/п** | **Наименование темы (раздела, части)** | **Вид учебных занятий** | **Кол-во часов** |
| 1 | Вариационный метод | лекции | 6 |
| сам. раб. по методическим материалам | 6 |
| 2 | Теория Люстерника-Шнирельмана | лекции | 6 |
| сам. раб. по методическим материалам | 6 |
| 3 | Метод монотонных операторов | лекции | 6 |
| сам. раб. по методическим материалам | 6 |
| 4 | Метод компактных операторов | лекции | 6 |
| сам. раб. по методическим материалам | 6 |
| 5 | Теория бифуркации | лекции | 6 |
| сам. раб. по методическим материалам | 6 |
| 6 | Промежуточная аттестация | самостоятельная работа | 8 |
| консультации | 2 |
| экзамен | 2 |
| Итого | | | 72 |

**Раздел 1: Вариационный метод.** Задача о минимуме функционала. Свойства слабо полунепрерывных снизу функционалов. Необходимые условия экстремума. Задача о стационарном распределении температуры. Уравнение Эйлера. Изопериметрические задачи и точные константы. Фазовые переходы. Задача о сегментации изображения. Задача теории разрушения.

\_\_E\_\_6=9\_\_\_\_\_ ? \_ \_\_'(\_\_\_\_\_\_'(\_\_'(\_\_` \_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_ )B

**Раздел 2: Теория Люстерника-Шнирельмана.** Дифференциальные уравнения в гильбертовом пространстве. Дифференциал слабо непрерывного функционала. Критические значения функционала на сфере. Теорема устойчивости. Теорема Люстерника-Шнирельмана для квадратичных функционалов.

**Раздел 3: Метод монотонных операторов.** Определениеи основные леммы. Теоремы существования решения. Монотонные операторы и сжимающие отображения. Вариационные неравенства для монотонных операторов. Задача Штурма-Лиувилля с монотонным оператором.

**Раздел 4: Метод компактных операторов.** Компактное отображение шара. Теорема Лере-Шаудера. Принцип Лере-Шаудера. Приложение к задаче Штурма-Лиувилля.

**Раздел 5: Теория бифуркаций.** Теорема о неявных функциях. Теорема Морса. Локальная структура множества решений. Задача о бифуркации. Бифуркация в задаче Штурма-Лиувилля.

**Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

**3.1. Методическое обеспечение**

**3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

Посещение лекций.

**3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Основная и дополнительная литература.

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

Методика проведения экзамена

Экзамен проводится в устной форме. Билет состоит из двух вопросов. Время подготовки ответа на вопросы билета составляет 60 минут.

Использование конспектов и учебников, а также электронных устройств хранения, обработки или передачи информации при подготовке и ответе на вопросы экзамена категорически запрещено. В случае обнаружения факта использования недозволенных материалов (устройств) составляется акт и обучающийся удаляется с экзамена. После ответа на вопросы билета преподаватель задает несколько дополнительных вопросов, на основании оценки ответов на которые итоговая оценка по предмету может быть повышена или понижена.

Критерии выставления оценок

Оценка «отлично» ставится за полностью раскрытый теоретический материал и правильные ответы на дополнительные вопросы преподавателя. В болонской шкале оценка может быть скорректирована в ту или иную сторону с учетом малозначительных погрешностей изложения или, напротив, углубленного изложения материала.

Оценка «хорошо» ставится за изложенный теоретический материал билета (возможно с помощью наводящих подсказок преподавателя).

Оценка «удовлетворительно» ставится за знание основных вопросов по каждой теме.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполняются условия для получения оценок «отлично», «хорошо» и «удовлетворительно».

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

Примерный список вопросов к экзамену:

1. Задача о минимуме функционала.
2. Свойства слабо полунепрерывных снизу функционалов. Необходимые условия экстремума.
3. Задача о стационарном распределении температуры. Уравнение Эйлера.
4. Изопериметрические задачи и точные константы.
5. Фазовые переходы.
6. Задача о сегментации изображения.
7. Задача теории разрушения.
8. Дифференциальные уравнения в гильбертовом пространстве.
9. Дифференциал слабо непрерывного функционала.
10. Критические значения функционала на сфере.
11. Теорема устойчивости.
12. Теорема Люстерника-Шнирельмана для квадратичных функционалов.
13. Определениеи основные леммы.
14. Теоремы существования решения.
15. Монотонные операторы и сжимающие отображения.
16. Вариационные неравенства для монотонных операторов.
17. Задача Штурма-Лиувилля с монотонным оператором.
18. Компактное отображение шара.
19. Теорема Лере-Шаудера. Принцип Лере-Шаудера.
20. Приложение к задаче Штурма-Лиувилля.
21. Теорема о неявных функциях.
22. Теорема Морса. Локальная структура множества решений.
23. Задача о бифуркации. Бифуркация в задаче Штурма-Лиувилля.

**3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

Оценка обучающимися содержания и качества учебного процесса по дисциплине осуществляется в установленном в СПбГУ порядке.

**3.2. Кадровое обеспечение**

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К чтению лекций должны привлекаться преподаватели, имеющие ученую степень доктора или кандидата наук (в том числе степень PhD, прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или ученое звание профессора или доцента.

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Не требуется.

**3.3. Материально-техническое обеспечение**

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Стандартно оборудованные лекционные аудитории, должны вмещать поток в соответствии со списком обучающихся.

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

Доска для письма мелом или фломастером.

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

Не требуется.

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

Не требуется.

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Мел — не менее 1 куска на час лекционных занятий, фломастеры для доски, губка.

**3.4. Информационное обеспечение**

**3.4.1 Список обязательной литературы**

1. В.Г.Осмоловский. Нелинейная здача Штурма-Лиувилля. С.-Пб, Издательство С.-Пб университета, 2003.

**3.4.2 Список дополнительной литературы**

Не требуется.

**3.4.3 Перечень иных информационных источников**

Не требуется.

**Раздел 4. Разработчики программы**

Осмоловский Виктор Георгиевич, доктор физ.-мат. наук, профессор кафедры математической физики, victor.osmolovskii@gmail.com.